

Отчет по гранту фонда «Династия» за 2014 г.

А. В. Акопян

Полученные за этот год результаты

1. Получены новые результаты в задаче Банга о покрытии полосками. Также установлена связь этой задачи с задачами о минимальных бильярдах в выпуклых телах. Данная часть исследований ведется совместно с Р.Н. Карасевым и А. Балицким.

В статье [18] рассматривается задача о Тарского–Банга о покрытии полосками. Разными методами удалось установить ряд частичных результатов. Показано, что симплектическая техника может быть использована при работе над этой задачей. Показано, что общий случай будет следовать из некоторой «субаддитивной гипотезы» в симплектической геометрии.

В работе [14] мы применили технику Кароя и Даниэля Бездеков для изучения бильярдных траекторий в выпуклых телах, при условии, что расстояние измеряется по отношению к некоторой (возможно несимметричной) норме. Мы нашли элементарные доказательства известных результатов и доказали оценки на длину кратчайшей бильярдной траектории по отношению к несимметричной норме.

2. Совместно с А. Плаховым исследовалась аналог задачи Ньютона о теле с наименьшим сопротивлением, который отличается от оригинальной задачи тем, что каждая частица может удариться о стенки тела не более одного раза [10].

Мы рассматриваем лунку в полуплоскости $(x, y) : y < 0 \subset \mathbf{R}^2$ определяемую функцией $u : (-1, 1) \rightarrow \mathbf{R}, u(x) < 0$ и вертикальный поток точечных частиц, который ударяется о стенки лунки. Предполагается, что u удовлетворяет условию одного удара: каждая частица отражаясь от графика u идет выше него и больше с ним не сталкивается. Мы показали, что график функции u минимизирующей сопротивление представляет собой объединение двух ветвей парабол с фокусами в концах отрезка. Тем самым мы дополняем результат Плахова (2014) о решении данной задачи в размерности большей или равной двум.

Разработанные методы также позволили решить задачу о теле вращения с минимальным сопротивлением, среди всех тел вращения удовлетворяющих условию одного удара и являющихся графиком функции u .

3. Совместно с А. Бобенко готовится к публикации работа про дискретные аналоги квадрик.
4. Найдено новое простое доказательство существования Circumcenter of mass в многогранниках [11].
5. Построен нелинейный марковский процесс связанный с биологической моделью рекомбинации генома бактерий. Для этого процесса были описаны инвариантные меры [16]. .

Доклады на конференциях

A.V. Akopyan. Elementary approach to closed billiard trajectories in asymmetric normed spaces. “*Discrete Geometry*”, Mathematisches Forschungsinstitut, Oberwolfach, Germany, 31.08.2014-06.09.2014

Работы вышедшие за всё время получения премии

- [1] A. V. Akopyan. A short proof of the Collapsing Walls Lemma. *Discrete Mathematics*, 312(10):1650 – 1651, 2012.
- [2] A. V. Akopyan, G. A. Kabatiansky, and O. R. Musin. Contact numbers, codes and spherical polynomials. *Matematicheskoe Prosveschenie. Tret'ya Seriya.*, 16:57–74, 2012.
- [3] A. V. Akopyan and R. N. Karasev. Cutting the Same Fraction of Several Measures. *Discrete & Computational Geometry*, 49(2):402–410, 2012.
- [4] A. V. Akopyan and R. N. Karasev. Kadets-Type Theorems for Partitions of a Convex Body. *Discrete & Computational Geometry*, 48(3):766–776, 2012.
- [5] A. V. Akopyan. Conjugation of lines with respect to a triangle. *Journal of Classical Geometry*, 1:23–31, 2012.
- [6] A. V. Akopyan. Combinatorial Generalizations of Jung’s Theorem. *Discrete & Computational Geometry*, 49(3):478–484, 2013.
- [7] A. V. Akopyan. Villarceau circles and the Hopf fibration. *Kvant Magazine*, (5-6):8–11, 2013.
- [8] A. V. Akopyan and O. R. Musin. On two-distance sets. *Matematicheskoe Prosveschenie. Tret'ya Seriya.*, 17:136–151, 2013.
- [9] A. Akopyan and R. N. Karasev. Inscribing a regular octahedron into polytopes. *Discrete Mathematics*, 313(1):122 – 128, 2013.
- [10] A. V. Akopyan and A. Plakhov. Minimal resistance of curves under the single impact assumption. *arXiv preprint arXiv:1410.3736*, 2014.
- [11] A. V. Akopyan. Some Remarks on the Circumcenter of Mass. *Discrete & Computational Geometry*, 51(4):837–841, 2014.
- [12] A. V. Akopyan. The Lemniscate of Bernoulli, Without Formulas. *The Mathematical Intelligencer*, 36(4):47–50, 2014.
- [13] A. V. Akopyan. Geometry of the cardioid. *American Mathematical Monthly*, 3, 2015.
- [14] A. V. Akopyan, A. M. Balitskiy, and R. N. Karasev. Elementary results in non-reflexive finsher billiards. *arXiv preprint arXiv:1401.0442*, 2014.
- [15] A. V. Akopyan and A. A. Glazyrin. On maximum volume simplices in polytopes. *Periodica Mathematica Hungarica*, 69(2):251–256, 2014.
- [16] A. V. Akopyan, S. A. Pirogov, and A. N. Rybko. Invariant measures of genetic recombination process. *arXiv preprint arXiv:1406.5313*, 2014.

- [17] A. V. Akopyan, R. N. Karasev, and A. Yu. Volovikov. Borsuk–Ulam type theorems for metric spaces. *arXiv preprint arXiv:1209.1249*, 2012.
- [18] A. V. Akopyan, R. N. Karasev, and F. V. Petrov. Bang’s problem and symplectic invariants. *arXiv preprint arXiv:1404.0871*, 2014.

Преподавательская деятельность

Участвовал в качестве жюри в различных математических турнирах и олимпиадах для школьников. Тренировал сборную России перед Международной олимпиадой по математике.

Продолжаю быть ответственным редактором журнала *Journal of Classical Geometry*.

Сравнение заявки с достигнутыми результатами

Заявка предполагалась три направления исследований: теоремы о конечной трансверсали, задачи типа Банга о накрытии полосками и задачи о полиэдральных отображениях.

По первой теме вышло две статьи ([6, 15]) и эта тема пока находится в замороженном состоянии.

По второй теме вышли работы [4, 14, 18]. В данный момент эта самая интересная для меня тема и работа в этом направлении будет происходить дальше.

Работа по третьей теме в целом была пока отложена. Это частично связано с тем, что удалось построить контрпример к самой интересной для меня гипотезе из этого раздела.

За прошедшие три года я несколько расширил поле исследований, начал заниматься вопросами дискретизации непрерывных объектов, топологическими теоремами в дискретной геометрии, теорией многогранников и разными другими задачами, что частично отражено в списке публикаций. С этим, наверное и связано, что проведенные исследования не совсем соответствуют объявленным три года назад планам.